**УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ВИТЕБСКОГО ОБЛИСПОЛКОМА**

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**

**ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ВЗРОСЛЫХ**

**“ВИТЕБСКИЙ ОБЛАСТНОЙ ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ”**

***Приемы обучения школьников составлению задач на уроках математики***

***Материалы из опыта работы***

***Горбаль Лидии Леонидовны,***

***учителя математики высшей квалификационной категории***

**Витебск**

**2015**

Печатается по решению совета Государственного учреждения дополнительного образования взрослых “Витебский областной институт развития образования”

Составители:

***Л.Л. Горбаль,*** учитель математики высшей квалификационной категории;

***И.И.Королёва,*** методист центра дошкольного и общего среднего образования Витебского областного института развития образования;

***С.М.Шингарёва,*** методист сектора аналитической работы и менеджмента качества Витебского областного института развития образования

Рецензент:

***Е.И.Куликова,*** доцент кафедры педагогики, психологии и частных методик Витебского областного института развития образования, кандидат педагогических наук;

Приёмы обучения школьников составлению задач на уроках математики: опыт работы Горбаль Лидии Леонидовны, учителя математики высшей квалификационной категории – Витебск: ГУДОВ «ВО ИРО», 2015. – 34 с.

В брошюре предложены методы и приёмы обучения школьников составлению задач на уроках математики в учреждениях общего среднего образования, рассматриваются примеры решения и составления задач различными способами.

Адресуется руководителям МО учителей математики, учителям математики учреждений общего среднего образования, реализующим учебную программу допрофильной подготовки, слушателям повышения квалификации.

**Введение**

Индивидуализация обучения невозможна без активной самостоятельной деятельности учащихся. Одним из видов этой деятельности является составление учащимися задач.

Такой вид работы используется в начальных классах, где в учебниках математики (А.А. Столяр, М.И. Маро) встречаются задания на составление задач по рисунку, по числовому выражению. Однако в учебниках V—VI классов такие задания составляют от 0,2 до 1,2% от всех задач (в зависимости от учебника), а с VII класса исчезают вообще. Между тем многие методисты (В.В. Латышев, М.И. Маро, Г.Б. Поляк, М.Н. Скаткин, Б.П. Эрдниев, П.М. Эрдниев и др.) считали и считают целесообразным использование упражнений по составлению задач при обучении математике. Неоднократно обращал на это внимание в своих работах Л.М. Фридман.

Так, еще в 1915 г. Н. Фадеев писал, что «…придумывание задач самими учащимися развивает у них сообразительность, воображение, способствует скорейшему уяснению ими хода решения задачи, разбивает речь и приучает детей к краткой и логической формулировке своей мысли, вносит разнообразие и живость в урок, имеет большое психологическое значение для учителя в смысле распознавания индивидуальности учеников» [1, с.82].

П.М. Эрдниев, Б.П. Эрдниев отмечают, что «наряду решением готовых задач полезно систематически упражнять детей в самостоятельном составлении задач по различным заданиям учителя», что основным лейтмотивом урока должно служить правило: «... не повторение (да еще отсроченное, т.е. отложенное наследующие уроки), а преобразование выполненного задания, осуществляемое немедленно на том же уроке, через несколько секунд или минут после исходного, для познания объекта в его развитии и противопоставления исходной формы задания видоизмененной» [2, с.9,11].

В высказываниях известных людей видна необходимость овладения искусством решения математических задач, поскольку от этого зависит развитие как человеческого мозга и организма в целом:

Н.Я. Виленкин − «решение трудной математической проблемы можно сравнить с взятием крепости»;

Д. Пойа − «умение решать задачи − такое же практическое искусство, как умение плавать или бегать на лыжах. Ему можно научиться только путём подражания или упражнения»;

Г. Гессе − «всякая хорошо решённая математическая задача доставляет умственное наслаждение»;

А. Колмогоров − «математика – это то, посредством чего люди управляют природой и собой» [3]

В брошюре представлены материалы обобщения опыта Лидии Леонидовны Горбаль. Лидия Леонидовна работала учителем математики в УО «Старосельская средняя школа Витебского района», УО «Лужеснянская школа-интернат гимназии для способных и талантливых детей Витебской области», ГУО «Гимназия №1 г. Витебска». В настоящее время работает в образовательном центре города Витебска.

Лидия Леонидовна в своей работе старается уделить внимание каждому ученику на уроке. Для этого она использует различные типы контроля, такие как внешний контроль – контроль учителя за деятельностью учащегося, взаимоконтроль – контроль учащихся за деятельностью других учащихся, самоконтроль учащихся. На уроках Л.Л. Горбаль ученики выполняют роль, проверяющих работу других учащихся, это позволяет повысить темп урока и охватить вниманием всех учащихся. Роль «контролеров» в течение урока могут выполнять разные ученики – они выбираются из числа тех, кто первый правильно справляется с заданием (задачей, примером и т.д.). Использование данного приема позволяет повысить учебную мотивацию учащихся, что незамедлительно сказывается на уровне их обученности.

Для повышения мотивации Л.Л. Горбаль использует различные приемы: практическую составляющую изучаемой темы, решение нестандартных задач, применение нестандартных решений стандартных задач, решение заданий из ЦТ в 5-7 классах (по изучаемым темам); межпредметные связи.

Ее ученики участвуют в различных этапах республиканских олимпиадам и являются ее призёрами, получают хорошие результаты в международном конкурсе «Кенгуру», получают высокие баллы по централизованному тестированию и как итог становятся студентами престижных ВУЗов Республики Беларусь, Российской Федерации (г.Москва, г.С-Петербург).

Решая математические задачи, учащиеся познают новое: знакомятся с новой ситуацией, описанной в задаче; узнают и овладевают новыми методами решения. При решении математических задач учащиеся приобретают математические знания, повышают свое математическое образовавшие. При овладении методом решения некоторого вида задач формируется умение решать все аналогичные задачи (как в стандартной, так и нестандартной ситуации), а при достаточной тренировке учащиеся получают навык решения задач, что тоже повышает уровень математического образования.

В данной брошюре приведена методика работы Л.Л.Горбаль с условием задачи и обучением учащихся навыкам решения текстовых задач.

В приложении приведена еще одна интересная методика решения текстовых задач по теме «Дроби» – графическое решение (с помощью рисунков).

**Структура задачи**

Решая математические задачи, учащиеся познают новое: знакомятся с новой ситуацией, описанной в задаче; узнают и овладевают новыми методами решения. При решении математических задач учащиеся приобретают математические знания, повышают свое математическое образовавшие. При овладении методом решения некоторого вида задач формируется умение решать все аналогичные задачи (как в стандартной, так и нестандартной ситуации), а при достаточной тренировке учащиеся получают навык решения задач, что тоже повышает уровень математического образования.

По мнению Л.Л. Горбаль, основной причиной того, что такой вид заданий встречается в практике работы учителей математики в средних и старших классах крайне редко, является отсутствие в используемой в современной школе учебной литературе упражнений на составление задач и специально, разработанной методики. Зачастую сами учителя не владеют в должной мере методами и приемами составления задач. Кроме того, если решение готовой задачи часто является тривиальным, то составление аналогичной задачи, удовлетворяющей определенным условиям, по новизне применяемых при этом логических средств вначале представляет значительные трудности, ибо требует совершенно иных умений, а также знаний.

О каких знаниях и умениях здесь идет речь? Для того чтобы составить задачу, необходимо иметь представление о том, что такое «задача», из чего она состоит, какова ее структура**,** что является источником задачи. Л.Л. Горбаль, считает, можно выделить некоторые общие тенденции в различных подходах к анализу задач:

1. родовым понятием для задачи является понятие «вопроса» или «требования»;
2. при анализе генезиса задачи исходным понятием для нее является проблемная ситуация;
3. задача всегда связана с языком, на котором она изложена.

Задачи получаются из проблемных ситуаций путем их знакового моделирования. Для конкретной ситуации можно построить не одну, а несколько задач, отличающихся как тем, какие стороны ситуации отражены в них, так и языком, на котором они изложены. Таким образом, задачу можно трактовать как знаковую модель проблемной ситуации.

С этой точки зрения рассматривает задачу Л.М.Фридман. С понятием проблемной ситуации детей можно познакомить на конкретных примерах. С понятием модели дети интуитивно знакомы, однако слово «модель» чаще всего вызывает у них ассоциации материальных моделей (модель самолета, стереометрического тела и т.д.), но в жизни мы часто встречаемся и с идеальными моделями: знаковыми, графическими и др. (буквы, слова схемы, рисунки и т.д.). Задачи формулируются и записываются с помощью определенных знаков — они являются знаковыми моделями проблемных ситуаций.

По своей структуре любая задача состоит из условия, требования или вопроса. В условии задачи можно выделить величину и связи между ее значениями либо величины и зависимости между ними.

Для усвоения учащимися структуры задачи учитель использует систему учебных задач.

Она включает следующие виды заданий:

1. определите, является ли данный текст задачей;
2. выделите в задаче условия и вопрос (или требование);
3. выберите вопрос к заданному условию;
4. выберите условие к заданному вопросу (требованию);
5. подберите недостающие в тексте задачи данные;
6. составьте вопрос к заданному условию;
7. составьте условие по рисунку, чертежу, схеме;
8. составьте условие по тождеству, уравнению и т.д.

**Виды связей между значениями одной величины,**

**виды зависимостей между величинами,**

**виды вопросов и требований**

По мнению Л.Л. Горбаль, для того чтобы учащийся научился составлять и решать задачи, он должен хорошо знать виды связей между значениями одной величины, виды зависимостей между величинами, виды вопросов и требований.

В V—VI классах основным видом связи между значениями одной величины является связь больше (на, в) — меньше (на, в). Следует отметить, что для учащихся полезно составить таблицу, с помощью которой слова «больше – меньше» можно заменить синонимами:

|  |  |
| --- | --- |
| больше— | меньше |
| длиннее — | короче |
| теплее — | холоднее |
| глубже — | мельче |
| быстрее— | медленнее |
| дороже— | дешевле |
| шире — | уже |
| тяжелее — | легче |
| старше — | моложе |
| дальше — | ближе |
| перевыполнение — | недовыполнение |
| удаление — | приближение |
| позже — | раньше |

и т.д.

Для того чтобы учащийся мог составлять задачи, в условии которых имеется одна величина и связи между значениями, он должен ясно представлять, что связь вида «больше на» интерпретируется в числовом (или буквенном выражении знаком «+», «больше в» — «•», «меньше на» — «–», и «меньше в» — «:», если эта связь между значениями величины прямая. Если же учащийся составляет задачу с косвенной связью, то «больше» заменяется на «меньше» и наоборот.

Под прямой связью понимается связь вида (а), под косвенной (б):

а) I — 0

II — ? на *а***больше**

б) I — 0, на *а***меньше**

II — ?

где 0 — известная величина.

Решению задачи с косвенным видом связи целесообразно обучать путем преобразования ее в прямую:

а) I — 0 на *а***меньше**

II — ?

б) I — 0,

II — ? на *а***больше**

тогда и составление задач с таким видом связей особых трудностей для учащихся не составит.

Второй вид связи между значениями одной величины, который известен учащимся из курса начальной школы, это связь вида:

Было

Изменение

Стало

Как считает Л.Л. Горбаль, задания на составление задач с таким видом связи трудностей у учащихся не вызывают.

По мере изучения курса математики знания учащихся о видах связи между значениями одной величины расширяются, потому целесообразно все эти сведения свести в одну таблицу, которая может систематически пополняться.

Как отмечалось выше, в условии задачи может содержаться не одна величина, а несколько, тогда основные виды зависимостей между величинами — прямая либо обратная пропорциональность. Виды этих величин полезно свести в одну таблицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| А | *В* | С |
| Скорость | Время | Расстояние |
| Цена | Количество | Стоимость |
| Производительность | Время | Работа |
| Плотность | Объем | Масса |
| Урожайность | Площадь | Урожай |
| Расценка | Объем работы | Заработок |
| Вместимость | Количество | Масса |
| Длина обода | Количество оборотов | Путь |
| И т.д. |  |  |

В процессе составления данной таблицы у учащихся формируются умения классифицировать, систематизировать, обобщать, проводить аналогии и т.д.

При обучении поиску решения задач данного вида Л.Л. Горбаль считает, что целесообразно использовать таблицы.

Для составления задач по данной таблице учащиеся должны знать, с помощью какой математической операции находится любая величина, содержащаяся в ней, т.е. что *АВ=С.* Заметим, что эту таблицу также можно постепенно дополнять, что она находит широкое применение при изучении в VI классе темы «Прямая и обратная пропорциональность»: величины, стоящие в колонках А и *В,* — обратно пропорциональны (при постоянной С), а ; колонках А и С; В и С — прямо пропорциональны.

И, наконец, для того чтобы составлять задачи, необходимо знать, какие существуют виды вопросов и как он связаны с математическими операциями, с помощью которых находится неизвестная величина:

Сколько всего (вместе)... +

На сколько... –

Во сколько... :

Затем эта таблица дополняется:

Какую часть *а* составляет от b...

Сколько процентов *а* составляет от b... 100%

Таким образом, чтобы составлять задачи, необходимо владеть определенным объемом знаний, однако без этих знаний также невозможно и научиться решать задачи, а это одна из основных целей обучения математике.

**Виды заданий**

Формирование умения составлять условие задачи Л.Л. Горбаль осуществляет путем применения системы учебных задач, включающей задания вида:

* выберите числовое выражение, соответствующее тексту задачи;
* выберите текст задачи, соответствующий числовому выражению;
* измените условие задачи так, чтобы в числовом выражении изменился данный знак действия, например, с «–» на «+» и т.д.;
* как изменится числовое выражение, если в условии задачи заменить слово **больше** или **меньше** (в на) и т.д.;
* как изменится вопрос задачи, если изменить числовое выражение и наоборот.

Вместо числового выражения может быть взято уравнение.

Такого вида задания приучают учащихся внимательно относиться к каждому слову в условии задачи, позволяют сформировать умение проводить его анализ, быть лаконичными и точными в изложении мыслей.

Введение упражнений на составление задач на уроках математики Л.Л.Горбаль начинает с элементарных форм. Так, сначала дети учатся иллюстрировать правила и определения примерами, затем конструировать вопрос к условию и наоборот, составлять задачи по вспомогательным моделям (схематической записи, чертежу, рисунку и т.д.), а затем по математической модели (тождеству, уравнению). Такую работу Педагог проводит с первых уроков в V классе. Это обусловлено тем, что учащиеся V класса встречались с подобного вида упражнениями в начальных классах. Основной прием, с помощью которого учащиеся V класса составляют задачи, основан на применении аналогии. Методика обучения этому приему следующая. Пусть на уроке решается задача определенного типа. После того как учащиеся справились с заданием, Лидия Леонидовна предлагает им составить и решить задачу, аналогичную данной, используя предложенные им числа, вспомогательную либо математическую модель.

**Примеры задач**

*«В школу привезли 2 машины угля по 4,7 тонны каждая и 3 машины угля по 5,2 тонны каждая. Сколько тонн угля завезли в школу?»*

Решение задачи сводится к составлению числового выражения 2•4,7+3•5,2 и нахождению его значения.

Вслед за решением этой задачи учитель предлагает учащимся составить задачу по числовому выражению 2•50+3•70, используя приведенную выше таблицу.

Учащиеся составляют задачи различного сюжета, тем самым формируется представление о том, что все эти задачи решаются одним и тем же способом, что и величины, заданные в задачах, связаны одним и тем же видом связи, что различных видов задач не так уж много и из них можно выделить «ключевые задачи». Учитель выслушивает и вместе с учащимися анализирует все составленные детьми задачи, обращая внимание на четкость и лаконичность текста, на соответствие условия задачи реальной ситуации, сам предлагает учащимся варианты условий. Отметим, что по приведенному выше выражению можно составить задачи на покупку, на вместимость, на движение с пересадкой (2 часа на одном виде транспорта, 3 — на другом), на совместное движение двух объектов навстречу и в противоположные стороны и др.

У учащихся формируется представление о том, что математическая модель обладает большей степенью обобщенности: ей соответствует множество реальных ситуаций, что умение находить значение числового выражения, решать уравнение необходимо для решения конкретных практических задач. Кроме того, школьники учатся составлять математические модели.

2. Рассмотрим пример применения описанного выше приема при обучении учащихся решению задач с помощью уравнения.

*«В трех цехах завода работает 2740 человек. Во втором цехе работает на 140 человек больше, чем в первом, а в третьем цехе — в 1,2* ***раза*** *больше, чем во втором. Сколько человек работает в каждом цехе?»*

Решение ее сводится к составлению и решению уравнения.

Количество рабочих:

I — ? чел.,

II— ?, на 140 чел. больше

III— ? чел., в 1,2 р. больше

Всего — 2740 чел.

*х* чел.

(*х*+140) чел.

1,2(*х*+140) чел.

*х*+(*х*+140)+1,2(*х*+140)=2740,

*х*=760,

*х*+140=900,

1,2(*х*+140)=1080.

Проверка ответа есть, в сущности, проверка тождества: [760]+([760]+140)+1,2 • ([760]+140)=2740 (Т1).

Ответ:760, 900, 1080.

Затем учащимся предлагается составить задачу исходя**,** например, из следующего тождества:

[140]+([140] – 30)+2,5 • ([140]– 30)=525 (Т2).

Ученики обнаруживают одинаковую роль чисел **760** и **140** в тождествах (Т1) и (Т2) и переходят от тождества (Т2) к уравнению, совершив переход от числа **140** к переменной *«у»,* одним из значений которой является число **140:**

*у*+(*у-*30)+2,5 • (*у-*30)=525**.**

Далее остается к уравнению подобрать соответствующее условие задачи, дать словесное оформление. При этом учащиеся должны найти сходства и различия в уравнениях, определить, как эти различия повлияют на условие задачи. После того как задача составлена, анализируется ход ее решения с целью проверки правильности условия в соответствии с предложенным тождеством.

Данный прием можно использовать на разных этапах урока в различных классах. Но, прежде чем давать учащимся задание такого вида, нужно строго подойти к оценке его целесообразности. Каждое задание, подобное выше рассмотренному, должно быть заранее продумано учителем и предложено с определенной целью.

По мнению Л.Л. Горбаль составление задач по аналогии особенно эффективно при закреплении некоторого способа решения задач. При обычной методике выработка навыка решения некоторого типа задач идет путем решения серии аналогичных задач, помещенных в учебнике. Заметим, что часто в этом случае дети решают задачи механически, неосознанно, не задумываясь над смыслом произведенных действий, связью между величинами. Более того, сильным учащимся эта работа кажется совершенно ненужной, так как способ решения многие из них усваивают после решения одной − двух задач. Более целесообразно в этом случае предложить учащимся составить задачу, аналогичную решенной, а затем уже решить вновь составленную.

Если для ребят задания по составлению задач по аналогии стали привычными, то можно предложить подобное задание для домашней работы.

Частным случаем составления задач по аналогии является составление задач по готовому уравнению. Это процесс более сложный, чем рассмотренные выше примеры: применяется такой вид заданий, в основном, при изучении алгебры, но его пропедевтика начинается уже в V-VI классах в ходе составления задач, аналогичных данной, исходя из тождества. Составление задач по уравнению предполагает предварительный анализ учащимися этого уравнения, его решение требует от школьников умения устанавливать связь между величинами, давать словесное оформление математическому предложению.\*

Рассмотрим пример.

Пусть на уроке в VII классе ученики решили задачу: *«На одном садовом участке было в пять раз больше кустов малины, чем на другом. После того, как с первого участка пересадили на второй 22 куста, на обоих участках кустов малины стало поровну. Сколько кустов малины было на каждом участке первоначально?»*

Решение задачи сводится к составлению и решению уравнения.

Количество кустов

Было

I– ? к. в 5 р. больше

II–? к.

I– 5*х* к.

II–*х* к.

Изменение

–22 к.

+22 к.

–22 к.

+22 к.

Стало

? к. =

? к.

5*х*–22 =

*х*+22

5*х-*22=*х*+22

4*х=*44

*х*=11;

5*х*=55

Ответ: 11; 55.

Проверив решение задачи, мы записываем на доске (рядом с решением) уравнение 4*х*–15=*х*+15,и предлагаем составить задачу, приводящую к данному уравнению, аналогичную решенной, и решить ее.

Ученик, получив такое задание, должен обратить внимание, прежде всего, на вид уравнения, на соотношение между числами и переменной, сопоставить с уравнением, полученным при решении предыдущей задачи.

Ход его мыслей примерно таков: «переменная, как и в уравнении, полученном при решении предыдущей задачи, содержится в обеих частях уравнения, причем в левой части она имеет коэффициент 4 (в 4 раза больше). Следовательно, искомая величина принадлежит двум элементам, но в разном количестве. Число 15 играет ту же роль, что и число 22 в решенной задаче. Решение уравнения — целое число».

На основании этих рассуждений он составляет задачу.

Л.Л. Горбаль считает, что этот метод можно применить при изучении темы «Квадратное уравнение» в VIII классе. Например, составить за дачу по уравнению:

Составление задач по уравнению требует творческого применения знаний, этой работе предшествует большой труд учителя с учебным материалом.

Задания на составление задач по уравнению нельзя рассматривать отдельно от задач, решаемых посредством уравнений. Они должны представлять единое целое, быть взаимосвязанными. Найти эту связь, продумать, как донести ее до сознания учащегося — задача учителя. Задания такого вида лишь тогда эффективны, если они правильно преподнесены учащимся, связаны с изучаемым материалом.

Особенно широкое применение во всех классах находят задания на составление обратных задач. Ведь для того, чтобы каждая задача могла считаться вполне решенной, необходимо решить или, по крайней мере, сформулировать обратную задачу.

Метод обратных задач предполагает составление и решение в сравнении с исходной (прямой) задачей новой, обратной задачи, что дает тем самым дополнительную информацию, заключающуюся в новых связях между величинами исходной задачи. Для этого в условие исходной задачи вводится ее ответ, а некоторые данные из условия считаются неизвестными.

Рассмотрим примеры составления обратных задач. Пусть учащиеся V класса решили задачу:

*«В первый день скосили 30 га посевов, во второй день скосили в 2 раза больше, чем в первый день. В третий день скосили на 15 г меньше, чем во второй день. Сколько гектаров посевов скосили в третий день?»*

Решение

1. 30•2=60 (га).

2. 60–15=45 (га).

Ответ: 45.

После решения задачи учитель предлагает составить обратную задачу путем исключения числа 30 и решить ее. В V классе, для того чтобы помочь учащимся сориентироваться, полезно использовать схематическую запись прямой задачи:

I — 30 га

II— ?га, в2 раза больше

III— ?га, на15 гаменьше

? га

?га, в2 раза больше

45 га, на 15 га меньше

Учитель обращает внимание школьников на то, что для составления обратной задачи необходимо число 30 вывести из условия (стереть), а число 45 ввести в условие (записать вместо вопроса). Таким образом, на доске возникает запись, расположенная за чертой. По этой записи ребята составляют обратную задачу: «В первый день скосили несколько гектаров посевов, во второй — в 2 раза больше, чем в первый, а в третий — на 15 га меньше, чем во второй день. Сколько гектаров посевов скосили в первый день, если в третий день скосили 45 га?»

Заметим, что решение обратной задачи требует от учащихся перестройки суждений и умозаключений, в прямой задаче все связи были прямыми, а в обратной стали косвенными. Решение обратной задачи намного полезнее, чем решение двух аналогичных задач, причем, решая обратную задачу, учащиеся проверяют правильность решения прямой задачи, что служит делу обучения способам самопроверки.

Для развития мышления ценны не прямые и обратные задачи, взятые как таковые сами по себе; наиболее важный познавательный элемент заключается здесь в процессе преобразования одной задачи в другую, т.е. в тех «невидимых» и трудноуловимых при логическом анализе элементах мысли, которые связывают процессы решения обеих задач.

*«По плану в цехе нужно изготовить за 26 рабочих дней определенное количество деталей. Улучшив технику производства рабочие стали изготавливать в день на 50 деталей больше, чем полагалось, и за 24 дня изготовили на 200 деталей больше всего планового задания. Сколько всего деталей изготовили в цехе?»*

Решение задачи сводится к составлению и решению уравнения (пример оформления приведен выше):

(*х*+50)*•*24=26*х*+200,

*х*=500.

Проверку ответа чаще всего выполняют следующим образом:

(500+50)•24=26 • 500+200,

т.е. в сущности, проверяют корень уравнения, а не ответ задачи по ее условию.

Но, во-первых, корень уравнения не всегда дает ответ на вопрос задачи; во-вторых, уравнение может быть составлено неверно, а формально решено правильно.

Проверку решения задачи можно выполнять путем составления и решения обратной задачи. При этом получаются различные по степени трудности задачи.

Нужно упражнять учащихся в различных приемах проверки, для чего задание конкретизируем:

1. Проверьте ответ задачи так, чтобы убедиться, что действительно цех изготавливал в день 50 деталей сверх нормы.

2. Для проверки составьте обратную задачу путем исключения числа «26 дней» и решите ее.

Обратные **задачи**:

1. *По плану в цехе нужно 26 рабочих дней изготавливать по 500 деталей в день. Улучшив технику производства, рабочие за 24 дня изготовили на 200 деталей больше, чем по плану. Сколько деталей сверх нормы изготавливал цех день?*

2. *По плану в цехе должны изготавливать по 500 деталей в день. Улучшив технику производства, рабочие стали изготавливать на 50 деталей в день больше, чем полагалось по плану, и за 24 дня перевыполнили план на 200 деталей. На сколько дней был рассчитан план цеха?*

Л.Л. Гобаль считает, что подобные упражнения развивают не только сообразительность, логику мышления, но и устную речь учащихся.

**Заключение**

Л.Л. Горбаль привела примеры преобразования алгебраических задач в обратные. Не менее логически содержательным и дидактически эффективным является метод обратных задач применительно к геометрии. Здесь часто рассматриваются лишь прямые теоремы, между тем при решении задач приходится опираться на обе теоремы, поэтому важно научить учащихся самостоятельно из прямой теоремы получать обратную.

Решение взаимно обратных задач имеет ряд особенностей:

* при такой методике одно и то же число, понятие, величина, фигура и т.п. входит в несколько различных рассуждений и находится существенно иными методами;
* в процессе преобразования прямой задачи в обратную учащийся выявляет и использует взаимно обратные связи между величинами задачи;
* решая обратную задачу, учащиеся самостоятельно, перестраивают суждения и умозаключения, используемые при решении прямой задачи;
* по своему существу прямая и обратная задача представляют собой единое, качественно новое упражнение, вторая часть которого выступает продуктом творчества учащихся, будучи логическим продолжением первой части.

Опыт показывает, что этот прием является почти универсальным: он применим для любых разделов математики, и всегда приводит ученика к постановке новых проблем, получению различных видов задач, активизации его мыслительной деятельности.

Тесно связан с первым рассмотренным выше приемом составления задач метод обобщения. Процесс обобщения основан на аналогии, но не сводится полностью к ней. Задача, составленная обобщением, в том или ином отношении сложнее исходной. Простое же применение аналогии дает упражнение подобное, однопорядковое с исходным.

Обобщение означает переход знания на более высокий уровень на основе установления для данных объектов общих свойств или общих отношений. Применение обобщения связано с преобразованием мыслей, с умственным экспериментированием.

Для достижения более глубокого усвоения нового понятия, способа решения нельзя обходиться задачами одного уровня сложности, нужно предложить в паре с исходной задачей обобщенную, а еще лучше дать возможность самим обобщить решенную задачу.

В школьной практике имеются большие возможности самостоятельного обобщения математических предложений. Так, познакомив семиклассников с выводом формулу квадрата двучлена:

*,*

предлагаем учащимся получить формулу для квадрата трехчлена *(а+b+с)* путем вычисления произведения:

*(а+b+с)2=(а+b+с)(а+b+с).*

Затем, записав формулы в виде

*(а+b)2=а2+b2+2аb,*

*(а+b+с)2=а2+b2+с2+2аb+2ас+2bс,*

предлагаем сформулировать правило возведения трехчлена в квадрат, а позднее обобщить его на случай любого многочлена. При такой постановке задания учащиеся учатся находить закономерности, формулировать гипотезы, делать обобщения и выводы,

Широкое применение находит метод обобщения на уроках геометрии, когда после рассмотрения частного случая учащимся предлагается проверить, верно ли это утверждение (формула) в более общем случае.

Рассмотрим пример. Перед изучением теоремы синусов учащимся предлагается задача: «В прямоугольном треугольнике один из катетов равен *а*, а противолежащий ему угол равен . Найдите радиус окружности, описанной возле этого треугольника». Учащиеся, решив задачу получают:

Ставим вопрос о том, может ли такое соотношение выполняться в произвольном треугольнике, где *а*— сторона, — противолежащий ей угол? Просим сформулировать гипотезу и проверить ее. После проверки ребята формулируют обобщенную задачу. Затем, предложив учащимся выразить радиус окружности, описанной возле данного треугольника через другие пары сторон и углов, проводим дальнейшее обобщение.

Таких примеров можно привести много. Этот метод способствует развитию фантазии учащихся, умения конструировать новое на основе изученного.

Л.Л. Горбаль, считает, что слишком широкие обобщения могут привести к формулировке задач, неразрешимых, средствами, известными учащимся. В этом нет ничего отрицательного, они помогут создать у учащихся представление о математике, как о постоянно строящемся здании, в сооружении которого может принять посильное участие и школьник.

Упражнения по обобщению решенных задач находят место при изучении самых разнообразных тем.

Процесс обобщения довольно сложен, так как его результат зависит не столько от суммы знаний, сколько от умения комбинировать, связывать эти знания по-новому, заглядывать за пределы обыденного, т.е. от индивидуальных особенностей человека. Поэтому, если готовую задачу решают все учащиеся класса, в основном соблюдая одинаковую последовательность рассуждений, то с обобщением уже справляется не всякий. Задания по самостоятельному обобщению и решению составленных задач необходимы для расширения познавательных способностей более сильных учащихся на уроках математики, а также на занятиях кружка и факультативных занятиях.

Синтетические упражнения (термин встречается в работах П.М.Эрдниева) развивают воображение учащихся, их мышление, формируют осознанное отношение к своей деятельности, способствуют формированию навыка решения задач. Они могут найти место при изучении самых разнообразных тем на различных этапах урока.

Л.Л. Горбаль считает, что учитель должен сам научиться составлять задачи. Специфика обучения математике такова, что умение учителя вовремя сообразить, экспромтом привести характерный пример, составить цепочку взаимосвязанных задач играет подчас решающую роль в быстром образовании нужной ассоциации у учащихся, в усвоении ими новой идей, выделении существенных сторон излагаемого материала.

Приложение 1

**Текстовые задачи**

**Задачи на проценты**

1. Стоимость 70 экземпляров первого тома книги и 60 экземпляров второго тома составили 230 д.е. В действительности за все эти книги уплатили 191 д.е., так как была произведена скидка: на первый том − 15%, а на второй − 20%. Найдите первоначальную цену первого тома.
2. Антикварный магазин, купив два предмета за 225 тысяч рублей, продал их, получив 40% прибыли. За какую цену был куплен магазином каждый предмет, если при продаже первого предмета было получено 25% прибыли, а при продаже второго - 50%?
3. Из 40 тонн железной руды выплавили 20 тонн стали, содержащей 6% примесей. Какой процент примесей в руде?
4. Свежие грибы содержат 90% влаги, а сушеные − 12%. Сколько сушеных грибов получится из 10 кг свежих?
5. В банк было положено 1640 д.е., в конце года, после начисления процентов, было взято обратно 882 д.е. Ещё через год на вкладе снова оказалось 882 д.е. Сколько процентов начисляет банк в год?
6. Число 51,2 трижды увеличивали на одно и то же число процентов, а затем трижды уменьшали на то же самое число процентов. В результате получилось число 21,6. На сколько процентов увеличивали, а затем уменьшали число?
7. Цену на некоторый товар увеличили сначала на 30%, потом опять увеличили на 20%, а спустя некоторое время уменьшили на 50%. Выразите в процентах окончательное изменение цены по сравнению с первоначальной.

**Задачи на концентрацию смесей и сплавов**

1. Из 15 литров 40% раствора поваренной соли испарили 5 литров воды. Определите процентное содержание соли в полученном растворе.
2. Имеется кусок сплава меди с оловом массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова нужно добавить к этому куску сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?
3. Имеется два раствора соли в воде, первый 40%, второй 60%. Их смешали, добавили 5 кг воды и получили 20% раствор. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 80% раствора, то получился бы 70% раствор. Сколько было 60% раствора?
4. Имеется 3 слитка. Первый слиток массой 5 кг, второй − 3 кг, и каждый из этих двух слитков содержит 30% меди. Если первый слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 56% меди, а если второй слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 60% меди. Найдите массу третьего слитка и процент содержания меди в нём.
5. Имеются два раствора кислоты различной концентрации. Объём одного раствора 4 л, а другого - 6 л. Если их слить вместе, то получится 35% раствор кислоты, а если слить равные объёмы этих растворов, то получится 36% раствор кислоты. Сколько литров кислоты содержится в каждом из первоначальных объёмов?
6. Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять металла каждого из этих сортов, чтобы получить 140 т стали с 30% содержанием никеля?
7. Имеется два сплава меди с различным процентным содержанием меди в каждом. Число, выражающее процентное содержание меди в первом сплаве, на 40% меньше, чем во втором. Оба эти сплава соединили вместе, после чего получили сплав с содержанием меди 36%. Определите процентное содержание меди во втором сплаве, если в первом сплаве меди было 6 кг, а во втором − 12 кг.
8. Сплав состоит из олова, меди и цинка. Если от этого сплава отделить 20 г и сплавить их с 2 г олова, то во вновь получившемся сплаве масса меди будет равна массе олова. Если же отделить от первоначального сплава 30 г и прибавить 9 г цинка, то в этом новом сплаве масса олова будет равна массе цинка. Определите процентное содержание олова в первоначальном сплаве.
9. Имеются три смеси, составленные из трёх элементов А, В, С. В первую смесь входят только элементы А и В в весовом отношении 3:5, во вторую смесь входят только элементы В и С в весовом отношении 1:2, в третью смесь входят только элементы А и С в весовом отношении 2:3. В каком отношении нужно взять эти смеси, чтобы во вновь полученной смеси элементы А, В и С содержались в весовом отношении 3:5:2 ?
10. Из сосуда, содержащего 12% раствор соли отлили 1 литр раствора и долили 1 литр воды, затем эту процедуру повторили ещё раз. После этого процентное содержание соли в растворе стало равным 3%. Определите первоначальный объём раствора.
11. От двух кусков сплавов массами 6 кг и 3 кг с различным процентным содержанием меди откололи по куску одинаковой массы. Каждый из отдельных кусков сплавили с остатком другого, после чего процентное содержание меди в обоих сплавах стало одинаковым. Какова масса отдельных кусков?

**Задачи на совместную работу и производительность**

1. Двое рабочих, работая вместе, закончили работу за два дня. Определите, за сколько дней выполнил бы эту работу каждый из них, зная, что если бы первый проработал 2 дня, а второй 1 день, то они вместе выполнили бы 5/6 всей работы.
2. Двум рабочим было поручено изготовить партию одинаковых деталей. После того, как первый проработал 2 ч, а второй 5 ч, оказалось, что они выполнили половину всей работы. Проработав совместно ещё 3 ч, они установили, что им осталось выполнить ещё 0,05 всей работы. За какой промежуток времени каждый из них, работая отдельно, может выполнить всю работу?
3. Мастеру и его ученику было поручено изготовить партию одинаковых деталей. После того, как мастер проработал 7 ч, а ученик 4 ч, оказалось, что они выполнили 5/9 всей работы. Проработав совместно ещё 4 часа, они установили, что остаётся выполнить 1/18 всей работы. За какой промежуток времени выполнил бы всю работу ученик, работая один?
4. Рукопись в 60 листов отдана двум машинисткам. Если первая машинистка начнёт перепечатывать рукопись через 2,5 ч после второй, то каждая из них перепечатает по половине рукописи. Если же обе начнут работать одновременно, то через 5 часов останутся неперепечатанными 33 листа. За какое время может перепечатать рукопись первая машинистка, работая отдельно?
5. Две машинистки должны напечатать рукопись, которая состоит из трёх разделов, из которых первый вдвое короче второго и втрое длиннее третьего. Работая вместе, машинистки перепечатали первый раздел за 3 часа 36 минут. Второй раздел был перепечатан за 8 часов, из которых 2 часа работала только первая машинистка, а остальное время они работали вместе. Какое время потребуется второй машинистке, чтобы перепечатать третий раздел?
6. Два хлопкоуборочных комбайна могут собрать хлопок с поля на 9 дней скорее, чем один первый и на 4 дня скорее, чем один второй. За сколько дней каждый комбайн может собрать хлопок?
7. Бригада лесорубов должна была по плану заготовить за несколько дней 216 куб. м древесины. Первые три дня бригада выполняла ежедневно установленную планом норму, а затем каждый день заготавливала 8 куб. м сверх плана. Поэтому за день до срока было заготовлено 232 куб. м древесины. Сколько куб. м древесины в день должна была заготавливать бригада по плану?
8. Четверо рабочих обрабатывают детали с постоянной производительностью. Если первый будет работать 2 часа, второй – 4 часа, четвёртый – 6 часов, то вместе они обработают 260 деталей. Если второй и четвёртый будут работать по 6 часов, а третий 2 часа, то будет обработано 270 деталей. Если второй и четвёртый будут работать по 1 часу, то они успеют обработать 40 деталей. Сколько деталей будет обработано, если первый, третий и четвёртый будут работать 1 час?
9. Бассейн заполняется первой трубой за 6 часов, а второй – за 8 часов. Какая часть бассейна будет заполнена, если открыть обе трубы на 3 часа?
10. Бак заполняется одной трубой за 18 часов, двумя – за 6 часов. За какое время может заполнить бак одна вторая труба?
11. Бассейн наполняется тремя насосами за 3 часа, причём первый насос вдвое производительнее второго. Если бассейн наполнить сначала на 0,5 объёма первым и третьим насосами, а затем на 0,5 объёма вторым и третьим, то он наполнится за 5 часов. За какое время бассейн наполнится, если будет работать только третий насос?
12. Для наполнения водой бассейна установлено два насоса. Один первый насос может наполнить бассейн на 8 часов скорее, чем второй. Сначала был открыт второй насос на время, равное удвоенному количеству времени, которое потребовалось бы для наполнения бассейна при одновременном действии обоих насосов, а затем открыли также первый насос и через 1,5 часа после того, как был открыт первый насос, бассейн заполнился водой. За сколько часов второй насос, работая отдельно, может заполнить бассейн?

**Задачи на движение**

1. Велосипедист из А в В ехал со скоростью 16 км/ч, а обратно 12 км/ч. Какова средняя скорость велосипедиста?
2. Первую треть пути туристы шли со скоростью 7 км/ч, а оставшуюся часть - со скоростью 5 км/ч. Какова средняя скорость движения на всём пути?
3. Первую половину книги ученик прочитал, читая в среднем 20 страниц, а вторую – читая в среднем 30 страниц за день. Сколько страниц ученик читал в среднем в день, прочитывая всю книгу?
4. Расстояние между двумя городами по реке 80 км. Пароход совершает этот путь в два конца за 8 ч 20 мин. Определите его скорость в стоячей воде, считая скорость течения реки 4 км/ч.
5. Катер прошёл 15 км по течению реки и 4 км по озеру, затратив на весь путь 1 час. Скорость течения реки 4 км/ч. Определите скорость катера.
6. Велосипедисту нужно было проехать расстояние в 30 км. Выехав на 3 минуты позже назначенного срока, он увеличил скорость на 1 км/ч, чтобы вовремя прибыть на место. С какой скоростью ехал велосипедист?
7. Поезд должен пройти перегон в 120 км по расписанию с постоянной скоростью. Однако, пройдя половину пути с этой скоростью, поезд задержался на 5 мин. Увеличив скорость на второй половине перегона на 10 км/ч, поезд прибыл в конечный пункт вовремя. Определите скорость поезда по расписанию.
8. Дорога из А в В сначала идёт под уклон с горы на протяжении 24 км, затем идёт по ровному месту 20 км, после поднимается под первоначальным уклоном в гору на протяжении 16 км. Велосипедист, проехав 2/3 пути из А в В, обнаружил, что забыл необходимый пакет. Он сразу же повернул обратно и через 8 часов 12 минут после выезда из А вернулся в пункт А. На следующий день, выехав из А в В той же дорогой, велосипедист проехал весь путь за 6 часов. На третий день велосипедист проехал обратный путь из Вв А за 6 часов 20 минут. С какой скоростью велосипедист ехал под гору, по ровному месту и в гору, если считать эти скорости постоянными?
9. Из пункта А в пункт В, расположенный в 24 км от А, одновременно отправились велосипедист и пешеход. Велосипедист прибыл в пункт В на 4 часа раньше пешехода. Известно, что если бы велосипедист ехал с меньшей на 4 км/ч скоростью, то на путь из А в В он затратил бы вдвое меньше времени, чем пешеход. Найдите скорость пешехода.
10. Два поезда отправились одновременно в одном направлении из городов А и В, расстояние между которыми 60 км, и одновременно прибыли в город С. Если бы один из поездов увеличил скорость на 25 км/ч, а другой – на 20 км/ч, то оба поезда прибыли бы в С одновременно, но на 24 минуты раньше. Найдите скорости поездов.
11. Из А в В выезжает велосипедист, а через 3 часа после его выезда из В выезжает мотоциклист, скорость которого в 3 раза больше и они встречаются посередине между А и В. Если бы мотоциклист выехал не через 3 , а через 2 часа, то встреча произошла бы на 15 км ближе к А. Найдите расстояние от А до В.
12. Из пункта А в пункт В выехал грузовик. Через час из А выехал легковой автомобиль. Через 2 часа после выезда он догнал грузовик и прибыл в пункт В на 3 часа раньше грузовика. Сколько времени ехал грузовик от А до В?
13. Из пункта А в пункт В выехал мотоциклист, а навстречу ему одновременно из пункта В в пункт А выехал велосипедист. Мотоциклист прибыл в пункт В через 2 часа после встречи с велосипедистом, а велосипедист прибыл в пункт А через 4,5 часа после встречи. Сколько часов был в пути мотоциклист?
14. Два туриста вышли одновременно навстречу друг другу, один из А в В, другой из В в А. Каждый шёл с постоянной скоростью и, придя в конечный пункт, поворачивал обратно. Первый раз туристы встретились в 12 км от В, второй раз – в 6 км от А через 6 часов после первой встречи. Найти расстояние между А и В и скорости обоих туристов.
15. Два туриста вышли из А и В одновременно навстречу друг другу и встретились на расстоянии 4км от В. Достигнув А и В, туристы сразу повернули обратно и встретились на расстоянии 2 км от А. Вторая встреча произошла через 1 час после первой. Найдите скорости туристов и расстояние АВ.
16. Из города В выехал велосипедист, через 10 часов из города А навстречу ему выехал второй велосипедист. При встрече оказалось, что первый велосипедист проехал на 45 км больше второго. Продолжая путь с той же скоростью и без остановок, второй велосипедист прибыл вВ через 7 часов после встречи, а первый – через 8 часов после встречи. Определите скорость второго велосипедиста.
17. Из посёлка на станцию отправился турист, через 9 часов второй турист вышел со станции навстречу ему. При встрече оказалось, что первый турист прошёл на 20 км больше второго. Продолжая путь с той же скоростью без остановок, первый турист прибыл на станцию через 10 часов после встречи, а второй в посёлок – через 9 часов после встречи. Определите скорость первого туриста.
18. По окружности длиной 60 м равномерно в одном направлении движутся две точки. Одна из них делает полный оборот на 5 секунд быстрее другой. При этом совпадения точек происходят через минуту. Определите скорости точек.
19. По окружности длиной 100 м равномерно движутся две точки. При движении в одном направлении они будут встречаться каждые 20 секунд, а если они движутся навстречу друг другу, то через каждые 4 секунды. Найдите скорости точек.
20. Мальчик сбежал по движущейся ленте эскалатора за 30 секунд. Второй раз он спустился по неподвижной ленте за 45 секунд. За какое время он спустился бы, стоя на ступеньке движущегося эскалатора?
21. Мальчик сбежал вниз по движущемуся эскалатору и насчитал 30 ступенек. Затем пробежал вверх по тому же эскалатору с той же скоростью относительно эскалатора и насчитал 150 ступенек. Сколько ступенек он насчитал бы, спустившись по неподвижному эскалатору?
22. Две машины выехали одновременно из одного и того же пункта в одном и том же направлении: одна – со скоростью 40 км/ч, а другая – со скоростью 50 км/ч. Спустя полчаса из того же пункта в том же направлении выехала третья машина, которая обогнала сначала первую, а ещё через 1 час 30 минут - вторую машину. Найдите скорость третьей машины.
23. Одновременно с одного старта в одном направлении выехали два мотоциклиста: первый – со скоростью 80 км/ч, а второй – 60 км/ч. Через полчаса с того же старта в том же направлении отправился третий мотоциклист. Он догнал первого мотоциклиста на 1 час 15 минут позже, чем второго. Найдите скорость третьего мотоциклиста.
24. По шоссе в одну сторону с постоянными скоростями движутся: пешеход, велосипедист и мотоциклист. Когда мотоциклист догнал велосипедиста, они находились в 60 км позади пешехода. Когда мотоциклист догнал пешехода, велосипедист отставал от него на 5 км. На сколько километров мотоциклист будет впереди пешехода, когда велосипедист догонит пешехода?
25. Два пешехода и лыжник движутся с постоянными скоростями в одном направлении. Когда пешеходы находились в одной точке, лыжник отставал от них на 900 метров. Когда лыжник догнал второго пешехода, первый отставал от них на 100 метров. Найдите расстояние между первым и вторым пешеходами в тот момент, когда лыжник и первый пешеход находились в одной точке.

Приложение 2

Дидактический материал по подготовке к стимулирующим занятиям по математике в 5 классе по теме «Дроби. Решение текстовых задач»

(материалы С.М.Шингаревой)

Порой очень сложные вещи можно рассказать очень просто и наоборот, очень простые вещи запутать до невозможности. Очень сложная тема дроби в 5 классе может стать увлекательной, если предложить детям несколько необычный способ решения текстовых задач на дроби. Способ решения не нов – он основывается на чертеже, его использовал еще Л.Н.Толстой, однако крайне редко такие задачи решаются именно таким способом. Применяют умножение, деление дробей – те функции, которые не носят никакой смысловой нагрузки для ребенка и вместе с тем выключают его мозг от логических рассуждений и выводов. Решение задач, предложенным способом позволяет развивать познавательные интересы, строить гипотезы и делать выводы, проводить анализ решения задачи. И все это делается достаточно быстро, практически без вычислений (не считая устного счета), и текстовые задачи можно решать как устные задачки для разминки в начале урока.

Алгоритмы решения текстовых задач по теме «Дроби»

*(текстовые задачи взяты из учебного пособия для 5 класса общеобразовательных учреждений с русским языком обучения «Математика», часть 2, под редакцией профессора Л.Б. Шнепермана, 2009 года выпуска).*

№ 9.102. В буфет привезли 2/25 т продуктов, соки и напитки составили 5/8 общей массы. Какова масса соков и напитков?

Решение:

Представим на рис. 1 тонну продуктов, разделенную на 25 частей

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Рис.2.

Закрасим ту часть, которую привезли в наш буфет

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Рис.3.

Закрашенная часть состоит из соков, напитков и остальных продуктов, причем 5/8 – соки и напитки.

Делим закрашенную часть на 8 частей

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | |  | |  |  |  |
|  | |  | |  |  |  |
|  | |  | |  |  |  |
|  | |  | |  |  |  |

Рис.4.

Отмечаем на рисунке часть, принадлежащую сокам и напиткам. Синий цвет – это наши напитки и соки. Чтобы определить какова их масса, необходимо все остальные части поделить также как и две зеленые на рис.3.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Рис.5.

Поскольку каждую часть мы разделили на 4 части, то клеток станет не 25, а в 4 раза больше – 100. Количество синих клетокиз общего числа составляет 5 из 100, т.е. они составляют 5/100 части тонны.

Можно привести дробь к более простой и дать ответ 1/20.

1/20 из рисунка 5. можно получить так:

Расположим синие клетки несколько по-другому, в столбик, а затем объединим их в одну клетку. То же проделаем со всей фигурой.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

рис.6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Рис.7.

Считаем сколько закрашенных клеток из общего количества – 1 из 20. Ответ 1/20.

Ответ: 1/20т.

*Примечание: Все изменения в рисунках, конечно, делаются на одном рисунке – самом первом, просто для удобства объяснения порядка действий, в этой задаче и в последующих, каждое новое изменение будет показано на новом рисунке.*

№ 9.103. В спортивных секциях занимаются 5/9 учащихся 5 «А» класса. Гимнастикой занимаются 3/5всех членов секции. Какая часть всех учащихся занимается гимнастикой?

Решение:

Рассуждаем, если 5/9 учащихся занимается в секциях, то всего учащихся – 9 равных частей, рисуем чертеж, отмечаем класс, состоящий из 9 частей.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Рис.8.

На рисунке закрашиваем (заштриховываем, обводим жирной чертой – как удобно) 5 частей.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Рис.9.

Мы отметили тех детей, которые посещают спортивные секции.

Дальше проводим анализ задачи: сказано, что 3/5 из них – занимаются гимнастикой. Следовательно, необходимо разделить выделенную часть на 5 равных частей (а у нас их ровно пять, так что это действие даже лишнее) и потом закрасить 3 из них.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Рис.10.

Теперь осталось посчитать на рис.10, сколько клеток из общего количества закрашено – 3 из 9, т.е. количество детей, занимающихся гимнастикой – 3/9 или 1/3.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Рис.11.

Ответ: 1/3.

№ 9.104. Факультативные занятия по разным предметам посещают 9/14 учащихся 5 «Б» класса, из них 2/3 – по математике. Какая часть класса посещает факультатив по математике?

Решение:

Итак, весь класс -14 равных частей. Делаем рисунок:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

Рис.12.

Отмечаем на рис.13. 9 частей – т.е. тех детей, которые занимаются на факультативах.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

Рис.13.

Теперь на рисунке отмечаем ту часть детей, которая посещает факультатив по математике. Мы знаем, что это 2/3 части от всех детей, посещающих факультатив. Рассуждаем 9 клеток, выделенных нами нужно разделить на три равных части – устный счет – получится 3 клетки, теперь необходимо закрасить два раза по три клетки – 6 клеток.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

Рис.14.

Теперь считаем, сколько закрашенных клеток из общего числа получилось: 6 из 14, т.е. 6/14 класса, посещает факультатив по математике, или

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |

Рис.15.

3 из 7, т.е.3/7 класса. Ответ: 3/7 класса.

№ 9.105.

На выполнение самостоятельной работы было отведено 1/3 ч. Какую часть отведенного времени Юля затратила на решение задачи, если она решила ее за 1/5 ч?

Решение:

Схематически изображаем прямоугольником 1 час и делим его на 3 равные части. Обводим 1/3 часть часа – это время, отведенное на выполнение самостоятельной работы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Рис.16.

Известно, что девочка потратила на задачу 1/5 часть часа.

Следовательно, для удобства следующих вычислений, разделим выделенную клетку на 5 равных частей.Все оставшиеся клетки разделим аналогично.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Рис.17.

Итак, у нас получилось 15 клеток (это один час). 15 клеток необходимо разделить на 5 равных частей – это 3 клетки, закрашиваем их.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Рис.18.

Закрашенная часть – это то время, которое потратила Юля на решение задачи.

Теперь осталось подсчитать, сколько из общего количества в выделеннойфигуресоставляют закрашенные клетки – 3из 5, т.е.3/5 части времени, из отведенного на самостоятельную работу потратила Юля на решение задачи.

Ответ: 3/5

№ 9.106. Денис провел в разъездах 15/22 своих каникул, из них 2/5 этого времени он находился в спортивном лагере, остальное время на даче у бабушки. Какую часть летних каникул Денис провел на даче?

Решение:

Все каникулы Дениса составляют 22 равных части. Изобразим это на рисунке.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Рис.19.

Из общего числа выделим 15 клеток – это время, которое Денис провел в разъездах.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Рис.20.

Из этого времени 2/5 он провел в лагере. Всего клеток 15, их нужно поделить на 5 частей – 3 клетки. И закрасить два раза по три клетки – 6 клеток.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Рис.20.

Осталось посчитать, сколько не закрашенных клеток в выделенной фигуре из общего числа клеток – 9 из 22, или 9/22 всех своих каникул Денис провел у бабушки на даче.

Ответ: 9/22.

№ 9.107. На дорогу из школы домой Шура затрачивает 5/12 ч, из которых 1/10ч идет пешком, а остальное время едет на автобусе. Какую часть времени Шура едет на автобусе?

Решение:

Час из условия нашей задачи состоит из 12 частей, 5 из которых Шура потратил на дорогу домой. Делаем чертеж:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Рис.21.

Выделенная часть – время на дорогу домой. 1/10 часть из этого времени Шура шел пешком, следовательно, выделенную часть необходимо разделить на 10 частей. Всего клеток 5, значит, каждую из них делим пополам. И аналогично делим также все оставшиеся клетки.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Рис.22.

Закрашиваем 1 часть и считаем, сколько не закрашенных клеток в выделенной фигуре из общего числа осталось – 9 из 24, т.е. 9/24ч

Ответ: 9/24ч

№ 9.108. Шоколадные конфеты массой 5/8 кг составляют 2/5 подарочного набора, орехи, составляют 1/5 остальной части набора. Какова масса орехов?

Решение:

Один килограмм – представляет собой 8 частей, из которых 5 приходится на конфеты. Изобразим это на чертеже.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Рис.23.

Выделенная фигура – шоколадные конфеты. Это составляет 2/5 подарочного набора, т.е. это две части из пяти частей набора, следовательно, нам необходимо разделить 5 клеток на 2, проще это сделать, если все клетки разделить на 2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Рис.24.

Теперь 10 выделенных клеток делим на 2 – получается 5 клеток.

Дальше рассуждаем: весь набор – 25 клеток (5\*5), 10 из них – конфеты (это уже известно, рис 24. – выделенная фигура). Осталось – 15, из которых – 1/5 часть – орехи. Делим 15 на 5 – получаем 3. Закрашиваем 3 клетки, определяем, сколько их из общего количества.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Рис.25.

Получаем 3 из 16, т.е. 3/16 кг составляют орехи.

Ответ: 3/16 кг.

№ 9.109. В школьном буфете 2/5 привезенных продуктов составили кондитерские изделия массой 3/10 ц. Какова масса всех привезенных продуктов?

Решение:

Поскольку нам необходимо будет найти массу, то изначально изображаем центнер, разделенный на 10 равных частей, и выделяем в нем 3 части.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Рис.26.

Выделенная фигура – кондитерские изделия и они составляют две части из всех продуктов. Разделим выделенную фигуру на 2 части. Проще это сделать, если все клетки разделить на 2. Получается 6 клеток в выделенной фигуре, половина из них – 3.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Рис.27.

Зеленым цветом выкрашена одна часть (3 клетки). Отмечаем таких 5 частей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Рис.28.

Синим цветом, выделена часть, соответствующая всем продуктам. Осталось подсчитать, сколько закрашенных клеток из общего числа – 15 из 20 половинок, т.е. 15/20. Переводим дробь в простую (15 и 20 делятся на 5), получаем 3/4.

Ответ: 3/4ц.

Как видно из приведенных примеров, все задачи, решаются достаточно просто, а главное очень понятно и наглядно. Еще раз акцентируем внимание, что учащиеся делают один рисунок и дальше вносят необходимые изменения на этом рисунке. Это минимизирует время, необходимое для решения задачи.

При использовании данного материала на занятиях логично выстроить задачи по степени сложности (здесь приведено решение задач, исходя из последовательности расположения их в учебнике), что позволит учащимся применить уже имеющиеся навыки решения простых задач при решении более сложных.

Этот метод полезно использовать на стимулирующих (поддерживающих) занятиях для полного усвоения материала. Учащийся, использующий данный метод может всегда легко проверить свое традиционное решение, а также решить задачу иным способом, что является достаточно актуальным для развития продуктивного мышления учащихся.

В организационном плане можно использовать сочетание разных видов работ – коллективной и индивидуальной. Коллективно обсуждается условие задачи, проводится ее анализ, затем каждый самостоятельно ее иллюстрирует и решает. При решении сложных задач коллективное обсуждение может быть использовано и на промежуточных результатах, что позволяет повысить эффективность решения задачи, а также обеспечить контроль и самоконтроль учащимися своих действий.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Фадеев, Н. Придумывание задач самими учениками // Математический вестник. — 1915. — № 3. — С.80−83.
2. Эрдниев, П.М.Теория и методика обучения математике в начальной школе/П.Н.Эрдиев, Б.П.Эрдниев. −М.: Педагогика, 1988. — 208с.
3. Математическая школа [Электронный ресурс]. −2015. − Режим доступа: <http://math-school.narod.ru/quotes_from_great_men_of_mathematics>. − Дата доступа: 14.09.2015.
4. Иванова, Н.И. Рисуя, решать задачи / Н.И. Иванова // Первое сентября. – 2004. – № 41. − С.40-41.
5. Пойя, Д. Как решать задачу / Д. Пойя. — Львов, Журнал «Квантор»: 1991. — 215 с.

6. Фридман, Л.М. Как научиться решать задачи? / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий // Пособие для учащихся: -2-е изд., перераб.и доп.−М: Просвещение,1994.− 175с.

7. Тиунчик, А.А. Математика: просто о сложном.Задачи на проценты и смеси / А.А. Тиунчик.− Минск:Аверсэв, 2007. − 140с.

8. Тавгень,О.И.Математика в задачах. Теория и методы решений текстовых задач:пособие для учащихся учреждений,обеспечивающих получение общего сред. Образования/О.И.Тавгень, А.И. Тавгень.−Мн.:Аверсэв,2005.−511с.

9. Кравцев,С.В. Методы решения задач по алгебре: отпростых до самых сложных/С.В. Кравцев и др.−М.:Издательство «Экзамен»,2003.−544с.

Содержание:

|  |  |
| --- | --- |
| Введение | 3 |
| Структура задачи | 5 |
| Виды связей между значениями одной величины, виды зависимостей между величинами, виды вопросов и требований | 6 |
| Виды заданий | 8 |
| Примеры задач | 9 |
| Заключение | 14 |
| Приложение 1. Текстовые задачи | 17 |
| Задачи на проценты | 17 |
| Задачи на концентрацию смесей и сплавов | 17 |
| Задачи на совместную работу и производительность | 18 |
| Задачи на движение | 20 |
| Приложение 2. Дидактический материал по подготовке к стимулирующим занятиям по математике в 5 классе по теме «Дроби. Решение текстовых задач» | 23 |
| Список использованной литературы | 34 |